ОБ ОПТИМАЛЬНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОВОЙ ДИАГНОСТИКИ [1]

© В. П. Танана, Н. Ю. Колесникова

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + a(x)u(x,t), \tag{1}$$

в котором $x \in [0,1]$, $t \geqslant 0$, $a(x) \leqslant 0$ и $a(x) \in C^2[0,1]$.

$$u(x,0) = u(0,t) = 0, \quad x \in [0,1],\ t \geqslant 0, \tag{2}$$

$$u(x_0,t) = f(t) \ \text{ при } \ t \geqslant 0 \ \text{ и } \ x_0 \in (0,1), \tag{3}$$

а граничное значение $u(1,t)$ требуется определить.

Предположим, что при $f = f_0(t) \in L_2[0,\infty)$ существует $u_0(1,t) \not\equiv 0$ такое, что $u_0(1,0) = 0$, $u_0(1,t) \in C^1[0,\infty)$ и существует $T > 0$ для любого $t \geqslant T$ следует $u_0(1,t) = 0$. Кроме того, $u_0(1,t) \in M_r$, где

$$M_r = \{u_0 :\, u_0 \in C^1[0,\infty),\ ||u_0||^2_{L_2} + ||u_0'||^2_{L_2} \leqslant r^2\}.$$

Функция $f_0(t)$ нам не известна и вместо нее даны некоторое приближение $f_\delta(t) \in \in L_2[0,\infty)$ и уровень погрешности $\delta > 0$ такие, что $||f_\delta - f_0||_{L_2} \leqslant \delta$.

Требуется, используя исходные данные M_r, f_δ и δ, построить приближенное решение $u_\delta(1,t)$ задачи $(1-3)$ и оценить его уклонение $||u_\delta - u_0||_{L_2}$ от точного решения.

Используя оптимальный по порядку метод работы [1], получили приближенное решение $u_\delta(1,t)$ задачи $(1-3)$ и доказали, что

$$||u_\delta(1,t) - u_0(1,t)||_{L_2} \leqslant C \ln^{-2}\left(\frac{1}{\delta}\right), \tag{4}$$

где C — некоторая константа, а оценка (4) является точной по порядку.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Танана В.П.* Об оптимальном по порядку методе проекционной регуляризации при решении условно–корректных задач // Докл. РАН. 2006. Т. 410, №6. С. 1–3.

Танана Виталий Павлович
Южно-Уральский государственный ун-т
Россия, Челябинск
e-mail: tanana@csu.ru

Колесникова Наталья Юрьевна
Южно-Уральский государственный ун-т,
Россия, Челябинск
e-mail: natasha720221@mail.ru

Поступила в редакцию 7 мая 2007 г.

[1] Работа поддержана грантом р_урал_а №07-01-96001.